#### Задание по курсу «Линейная алгебра»

1) Найти размерности и базисы суммы и пересечения подпространств

L1 = < **a1, a2, a3 >**и L2 = < **b1, b2, b3 >** , если :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант 1 | **a**1 = (1, 2, 1) T | **b**1= (2, 3, -1) T |
|  | **a**2 = (1, 1, -1) T  | **b**2 = (1, 2, 2) T |
|  | **a**3 = (1, 3, 3) T | **b**3 = (1, 1, - 3) T |
| Вариант 2 | **a**1 = (1, 2, 1,-2) T | **b**1= (1, 1, 1, 1) T |
|  | **a**2 = (2,3,1,0) T  | **b**2 = (1, 0,1,-1) T |
|  | **a**3 = (1, 2,2,-3) T | **b**3 = (1, 3,0, - 4) T |
| Вариант 3 | **a**1 = (1, 1,0,0) T | **b**1= (1,0,1, 0) T |
|  | **a**2 = (0,1, 1, 0) T  | **b**2 = (0,2,1,1) T |
|  | **a**3 = (0,0,1,1) T | **b**3 = (1, 2,1,2) T |

2) Разложить вектор **X** на суммудвух векторов, один из которых лежит в подпространстве, натянутом на векторы **a1, a2, a3** , а другой ортогонален к этому подпространству.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  Вариант 1 | **X** = (-3, 5, 9, 3) T |  |
|  **a**1 = (1, 1, 1, 1) T | **a**2 = (2, - 1, 1, 1) T | **a**3 = (2, - 7, - 1, - 1) T |
| Вариант 2 | **X** = (2,- 5, 3,4) T |  |
|  **a**1 = (1, 3, 3, 5) T | **a**2 = (1, 3, -5, -3) T | **a**3 = (1, -5, 3, - 3) T |
| Вариант 3 | **X** = (5, 2, - 2, 2) T |  |
|  **a**1 = (2, 1, 1, - 1) T | **a**2 = (1, 1, 3, 0) T |  |

3) Если линейный оператор φ , действующий в пространстве *L n* , имеет *n* линейно независимых собственных векторов ***e1, e2, … en,*** соответствующих собственным числам λ1, λ2, …..λn, то в базисе из этих векторов матрица оператора имеет диагональный вид с диагональными элементами, равными собственным числам.

Для заданной матрицы оператора найти этот базис и соответствующую ему диагональную форму матрицы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 |
|  |  |  |

4) Линейный оператор φ переводит векторы **a1, a2, a3** соответственно в векторы **b1, b2, b3.**

Найти матрицу оператора φ в том же базисе, в котором заданы координатами все векторы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант 1 | **a**1 = (1, 2, -3) T | **a**2 = (0, 1, 2) T | **a**3 = (1, 0, 4) T |
|  | **b**1= (1, 1, 1) T | **b**2 = (1, 2, 1) T | **b**3 = (0, 1, 1) T |
| Вариант 2 | **a**1 = (1, 2, 1) T | **a**2 = (4, 3, - 2) T | **a**3 = (- 5, - 4, - 1) T |
|  | **b**1= (1, 1, 1) T | **b**2 = (1, 0, 1) T | **b**3 = (0, - 1, 1) T |
| Вариант 3 | **a**1 = (1, 1, 1) T | **a**2 = (2, - 3, 1) T | **a**3 = (4, 1, - 5) T |
|  | **b**1= (0, 1, 0) T | **b**2 = (0, 1, 1) T | **b**3 = (1, 1, 0) T |

5) Преобразовать к каноническому виду ортогональным преобразованием квадратичную форму и выписать преобразование координат

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | x12 + 2x22 + 3x32 - 4x1x2 - 4x2x3   |
| Вариант 2 | 3x12  - 8x1x2 -3x22 - x32 + 4x3x4 - 4x42  |
| Вариант 3 | 4x12  + 4x1x2 - 12x1x3 - 6x2x3 + x22 + 9x32  |